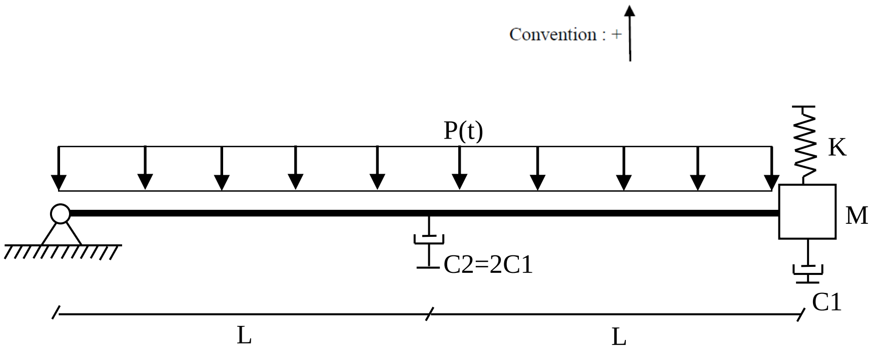
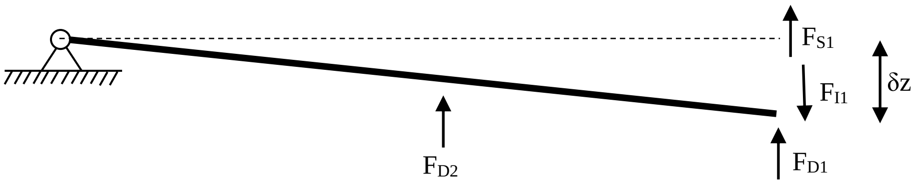
Corrigé de la série d'exercices N°7

Exercice 1





$$F_{S1} = K\,Z(t)$$

$$F_{D1} = C_1 \dot{Z}(t) \qquad F_{D2} = C_2 \frac{\dot{Z}(t)}{2}$$

$$F_{I1} = M\,\ddot{Z}(t)$$

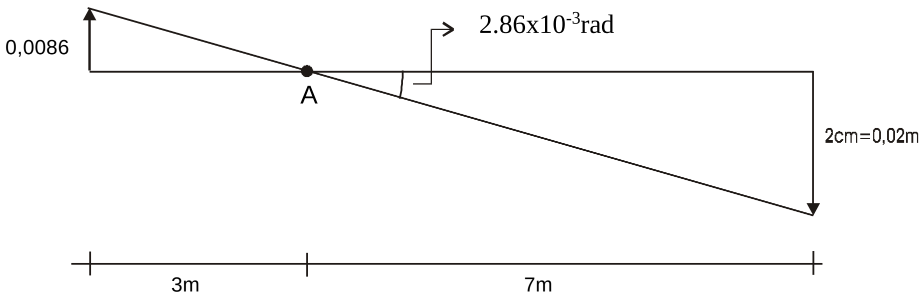
$$\Rightarrow M\,\ddot{Z}(t)\,\delta z + C_1\dot{Z}(t)\,\delta z + C_2\frac{\dot{Z}(t)}{2}\frac{\delta z}{2} + K\,Z(t)\,\delta z = P(t)2L\frac{\delta z}{2}$$

$$\Rightarrow M^* = M,\ C^* = \frac{3C_1}{2},\ K^* = K,\ P^* = P(t)L$$

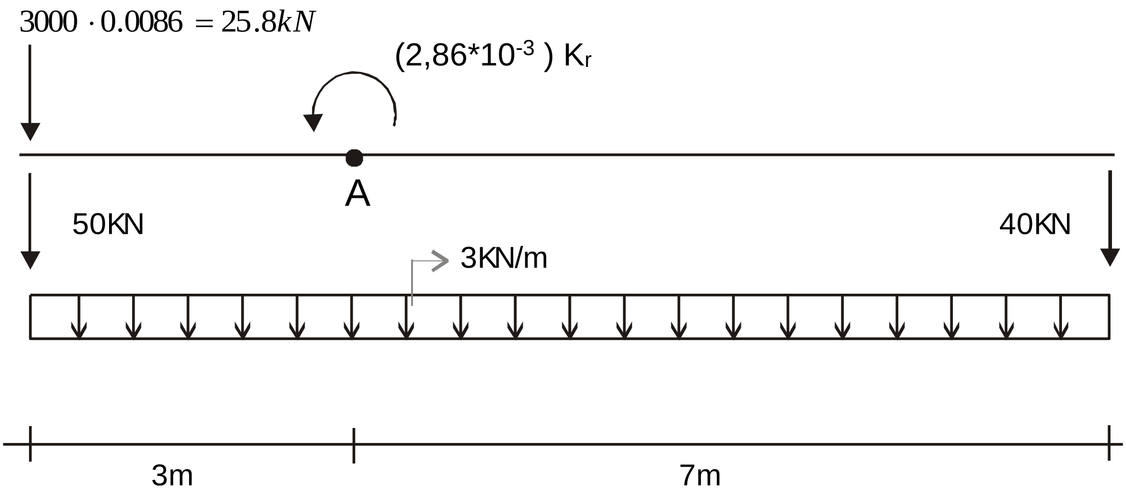
$$\Rightarrow M\ddot{Z}(t) + \frac{3C_1}{2}\dot{Z}(t) + KZ(t) = LP(t)$$

Exercice 2

1. Déplacements:



Forces :



Équation d'équilibre autour de A:

$$\sum M_A = 2.86 * 10^{-3} * K_r$$

$$-25,8.3 - 50\ .\ 3 - \frac{3.3^2}{2} + \frac{3.7^2}{2} + 40\ .\ 7 = 2,86.10^{-3}\ K_r \quad \rightarrow \quad K_r = 39\,400\ kNm\ rad^{-1}$$

2.

A partir de la déformée virtuelle et de l'inventaire des forces agissant sur la structure (voir figure page suivante), on peut déterminer les expression des travaux virtuels du tabelau ci dessous :

	Forces	Déplacement virtuel	Travail virtuel
Inertie	$I_p\ddot{\theta}$	$\delta\theta$	$I_p\ddot{\theta}\ \delta\theta$
	$(10m_v)\ 2\ddot{\theta}$	$2\delta\theta$	$(10m_v)\ 2\ddot{\theta}\ (2\ \delta\theta)$
	$-M_c\ (3\ddot{\theta})$	$-3\delta\theta$	$M_c\ (3\ddot{\theta})3\ \delta\theta$
Ressorts	$-K_r\ \theta$	$\delta\theta$	$-K_r\ \theta\ \delta\theta$
	$K_l\ 3\theta$	$-3\delta\theta$	$-K_l\ 3\theta\ 3\delta\theta$
Amortisseurs	$-C\dot{\theta}$	$\delta\theta$	$-C\ \dot{\theta}\ \delta\theta$

Principe des Travaux Virtiuels : $\delta W_e = \delta W_i$

L'équation du mouvement s'écrit :

$$(I_p + 40\,m_v + 9M_c)\ \ddot{\theta} + C\,\dot{\theta} + \ K_r + 9K_l\ \ \theta = 0$$

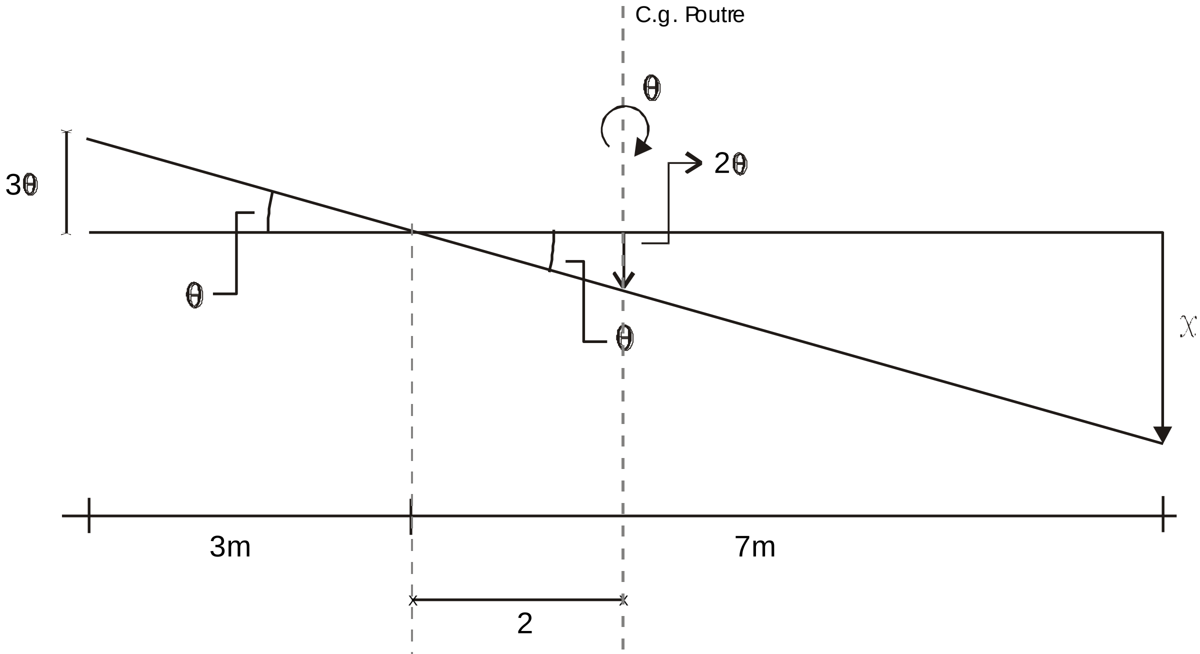
Les quantités équivalentes s'écrivent alors :

$$M^* = I_p + 40m_v + 9M_c\ ;\ C^* = C\ ;\ K^* = K_r + 9K_l$$

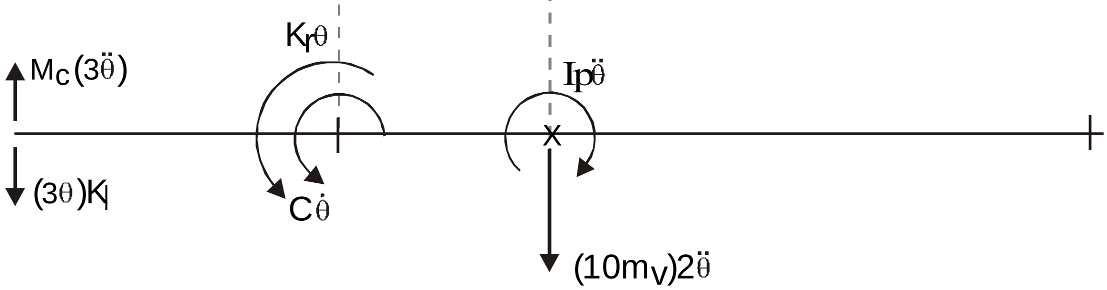
Application numérique : M*=82000 kg m^2/rad ; C*=200 kN m s/rad ; K*=66400 kN m /rad

Remarque : Comme l'équation du mouvement est écrite pour un degré de liberté en rotation, le paramètre M* est équivalent à un moment d'inertie en rotation divisé par radiants (Unité : kg m²/rad), le paramètre C* est équivalent à un amortissement angulaire (Unité: kN m s/rad) et le paramètre K* est équivalent à une rigidité angulaire (Unité : kN m /rad).

Déformée :



Forces:



3. Détermination de l'amortissement

$\zeta = \dfrac{C^*}{2M^*\omega_n} = 0,04$: 4% : valeur typique pour les structures métalliques

$\Rightarrow$ Amortissement faible (habituel dans les structures de génie civil)