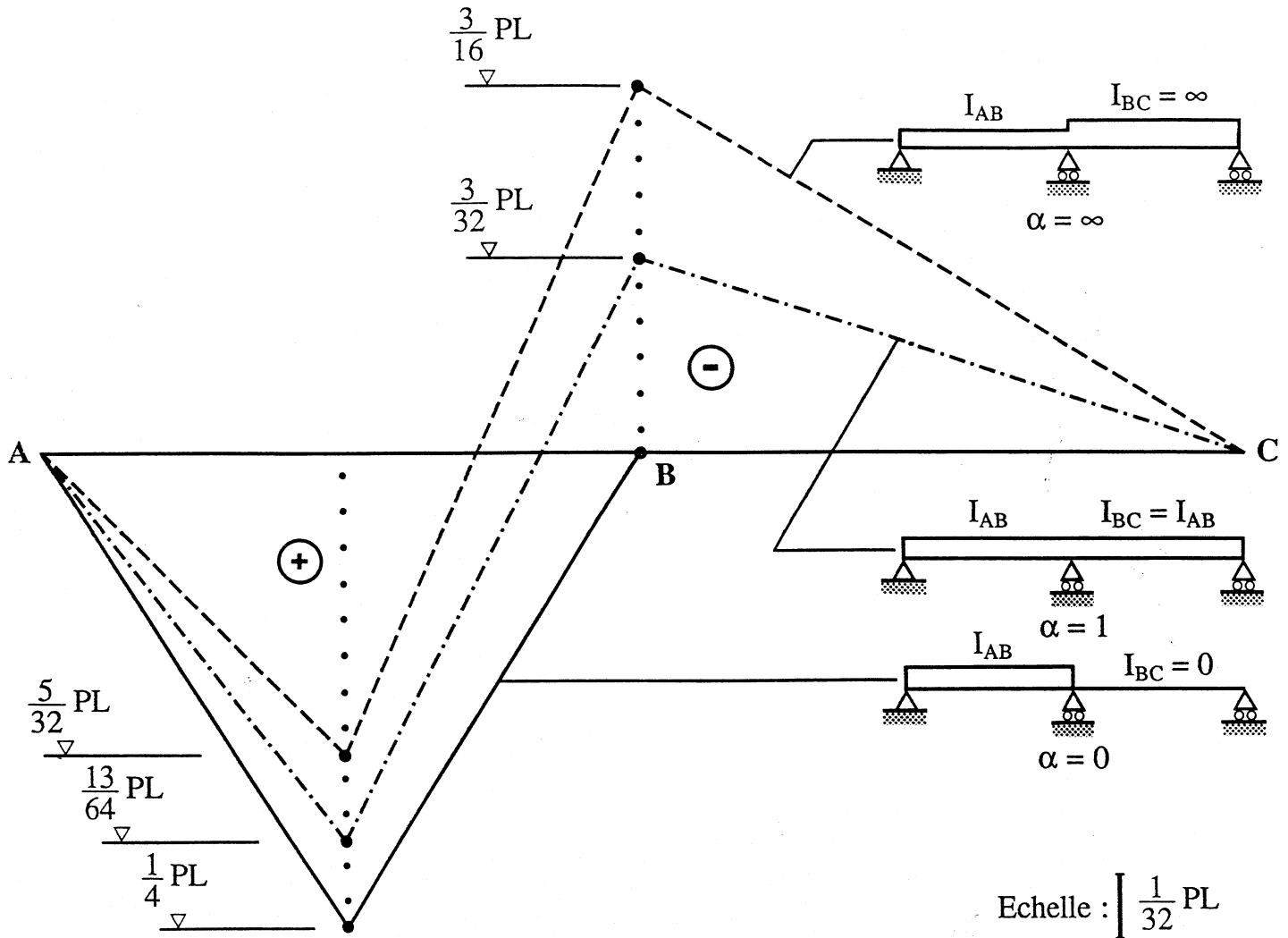
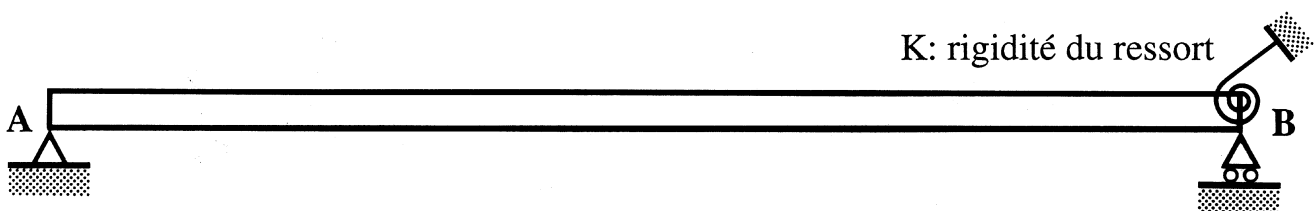


Méthode des forces: poutre sur trois appuis

Discussion des résultats en fonction des rigidités des poutres:

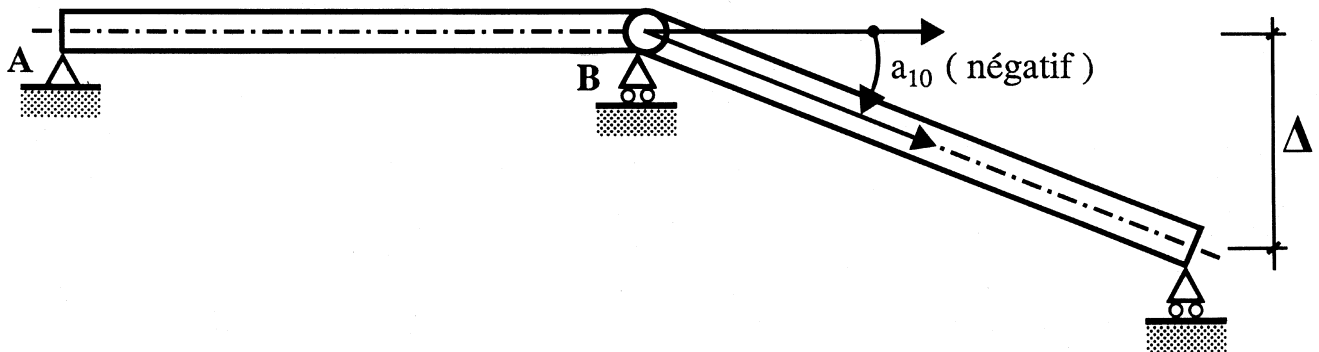


L'effet d'une poutre sur l'autre peut être représenté par un ressort:



Poutre sur trois appuis: cas de charge tassement d'appui

Coefficient a_{10} :



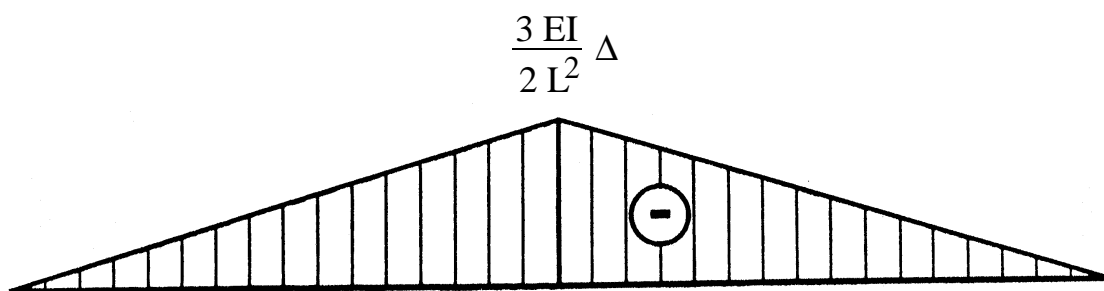
Le Δ n'entraînant aucun effort interne, a_{10} se détermine directement:

$$a_{10} = -\frac{\Delta}{L}$$

Le coefficient a_{11} caractérise une **structure** indépendamment des causes externes; a_{11} reste **inchangé**

Condition de compatibilité cinématique: $X_1 = -\frac{a_{10}}{a_{11}} = \frac{3EI}{2L^2} \Delta$

Moment: $M_{\text{tot}} = M_0 + M_1 X_1 = M_1 X_1$

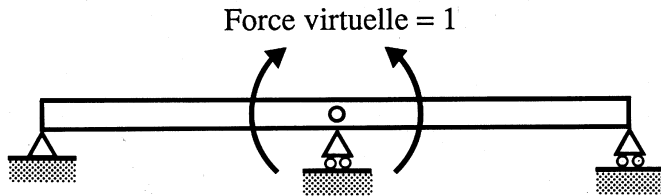


Les efforts augmentent **au prorata** de la rigidité de la poutre

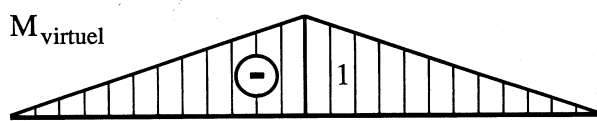
Poutre sur trois appuis: cas de charge variation de température

Détermination de a_{10} à l'aide des travaux virtuels:

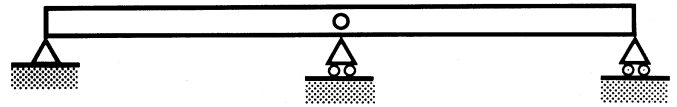
Statique virtuelle



Effort virtuel interne



Cinématique réelle



Déformation réelle interne

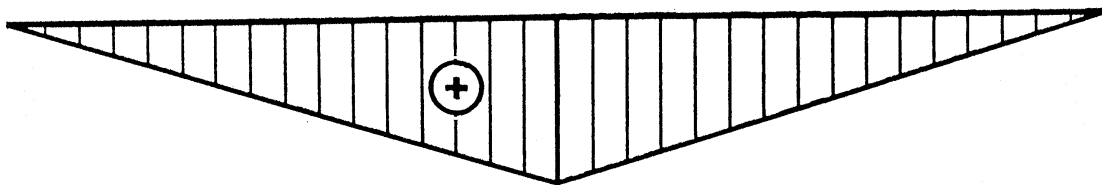
$d\varphi_{\text{réel}}$

$$d\varphi = \text{const.} = - \frac{\alpha \Delta t \, dx}{h}$$

$$1 \, a_{10} = \int_L M_1 \frac{\alpha \Delta t \, dx}{h} = \frac{\alpha \Delta t}{h} 2 \int_L \frac{x}{L} \, dx = \frac{\alpha \Delta t}{h} L$$

Condition de compatibilité cinématique: $X_1 = - \frac{a_{10}}{a_{11}} = - \frac{3 EI}{2} \frac{\alpha \Delta t}{h}$

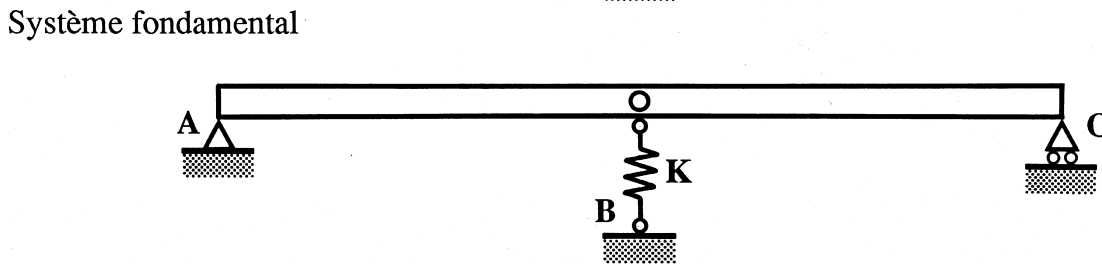
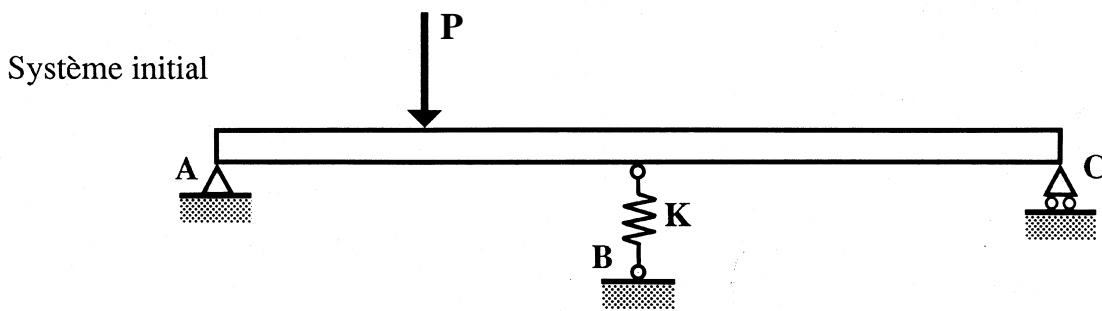
Moment: $M_{\text{tot}} = M_0 + M_1 X_1 = M_1 X_1$



$$\frac{3 EI}{2} \frac{\alpha \Delta t}{h}$$

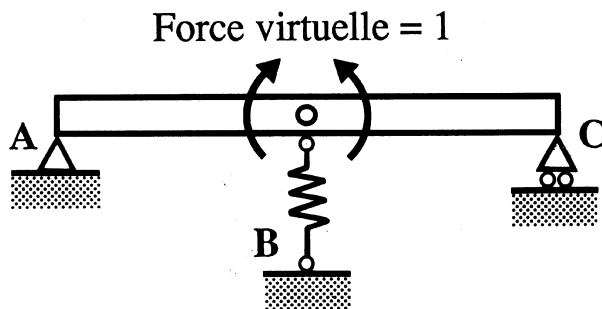
Les efforts augmentent à nouveau **au prorata** de la rigidité

Poutre sur trois appuis: appui intermédiaire élastique

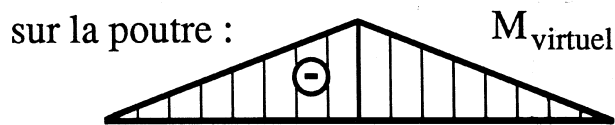


Détermination de a_{10} à l'aide des travaux virtuels:

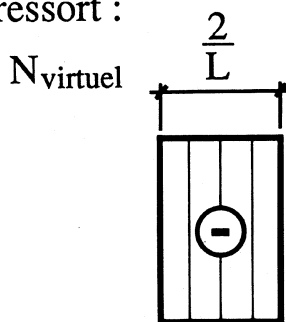
Statique virtuelle



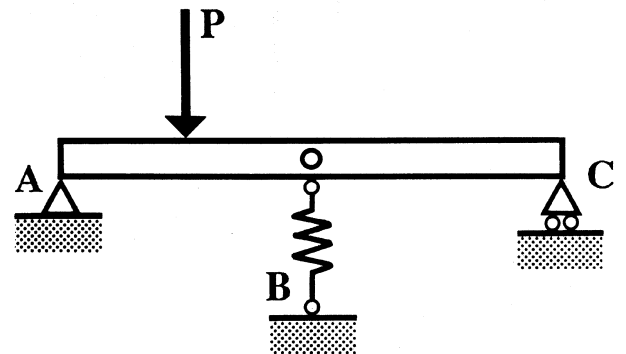
Efforts virtuels internes :



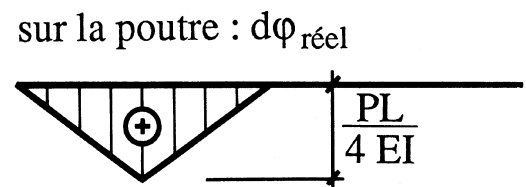
dans le ressort :



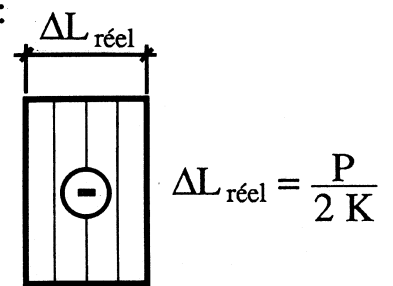
Cinématique réelle



Déformations réelles internes :



dans le ressort :

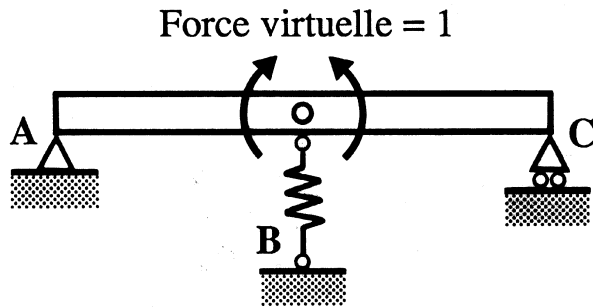


$$1 a_{10} = - \frac{1}{EI} \frac{1}{4} \frac{PL}{4} 1 L + \frac{2}{L} \frac{P}{2K} = - \frac{PL^2}{16 EI} + \frac{P}{KL}$$

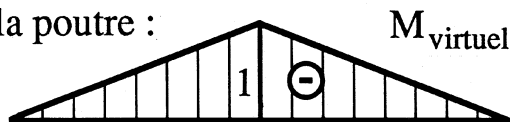
Poutre sur trois appuis: appui intermédiaire élastique

Détermination de a_{11} à l'aide des travaux virtuels:

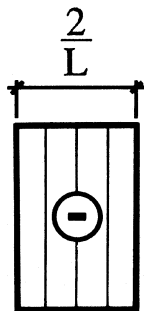
Statique virtuelle



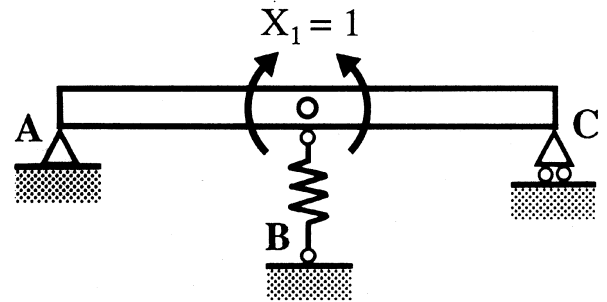
Efforts virtuels internes
sur la poutre :



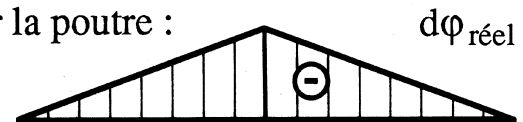
dans le ressort
 N_{virtuel}



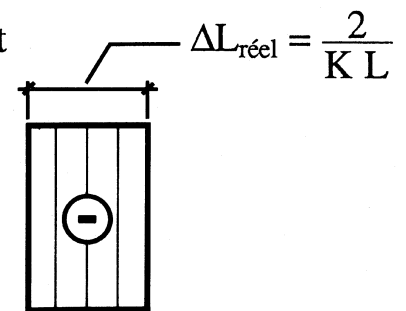
Cinématique réelle



Déformations réelles internes
sur la poutre :



dans le ressort



$$1 a_{11} = 2 \frac{1}{EI} \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 L + \frac{2}{L} \frac{2}{KL} = \frac{2L}{3EI} + \frac{4}{KL^2}$$

Condition de compatibilité cinématique: $X_1 = - \frac{a_{10}}{a_{11}} = \frac{\frac{PL^2}{16EI} - \frac{P}{KL}}{\frac{2L}{3EI} + \frac{4}{KL^2}}$

en posant: $\alpha = \frac{EI}{KL^3}$ (rapport des rigidités de la poutre et du ressort)

L'inconnue s'exprime: $X_1 = \frac{3}{32} PL \frac{1 - 16\alpha}{1 + 6\alpha}$