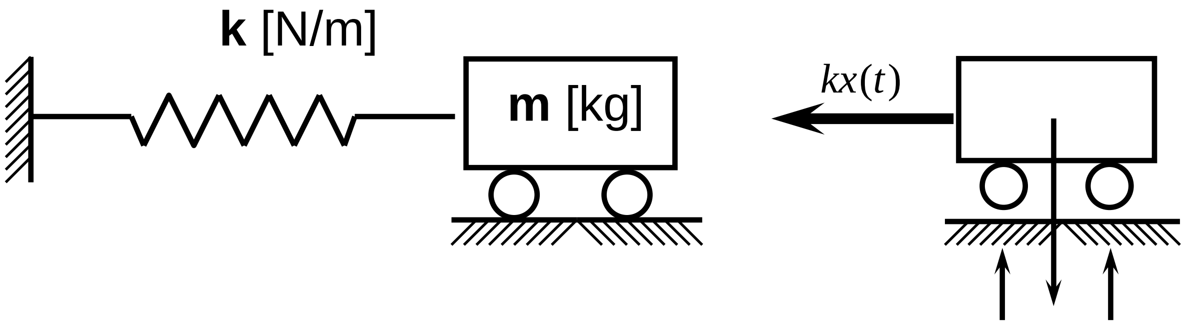
Résumé du 1er cours : oscillations libres

Newton $\sum F_x = m\ddot{x}$

Oscillateur simple (1 degré de liberté)



Equation différentielle : $-kx = m\ddot{x}$ $\quad m\ddot{x} + kx = 0$ $\quad \ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$ $\quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

k : rigidité [N/m] – souvent ardue à déterminer – k est une force unitaire (force par unité de déplacement). Au besoin, déterminer une rigidité équivalente (k*).

M : masse [kg]

ω_n : pulsation au fréquence circulaire [rad/s] = ([N/m]/[kg])$^{1/2}$ = ([(kg m/s^2)/m]/[kg])$^{1/2}$ = [1/s]

$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$ fréquence propre [1/s] = [Hz]

$T_n = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_n}$ période propre [s]

Il y a 5 hypothèses de base. Elles ne sont jamais satisfaites !

Deux formulations de solution (en fonction des conditions initiales x_0 et V_0)

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega_n}\sin\omega_n t + x_0\cos\omega_n t \qquad x(t) = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_n}\right)^2}\cos\left[\omega_n t - arctg\left(\frac{V_0}{\omega_n x_0}\right)\right]$$

Noter que l'addition de deux fonctions trigonométriques avec un déphasage de 90° donne une fonction qui a pour amplitude la racine carrée de l'addition des amplitudes carrées.

Le poids n'a pas d'effet.

$\dot{x}_{\max} = -\omega_n x_{\max}$

$\ddot{x}_{\max} = -\omega_n^2 x_{\max}$