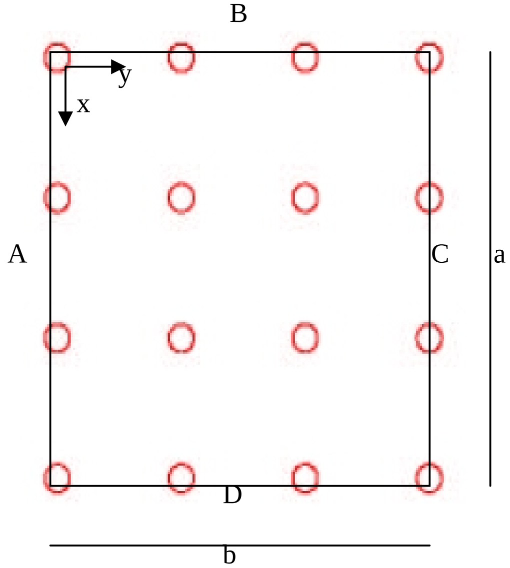
# 1 MODE D'EMPLOI DU PROGRAMME « DALLE »

Le programme « Dalle » est un programme en code *MatLab* qui permet de calculer des dalles rectangulaires avec des conditions de bord encastré, appuyé ou libre et des charges réparties ou concentrées par la méthode des différences finies.

## 1.1 LES CONVENTIONS DU PROGRAMME

Les bords sont appelés A, B, C, et D comme montré sur la figure 1.




Les résultats d'un point discret se trouvant à un endroit sur le graphique à gauche (point rouge), se trouvent au même endroit dans les matrices des résultats.

**Figure 1 – conventions du programme**

## 1.2 DÉMARRER LE PROGRAMME

Pour démarrer le programme il faut suivre les pas suivants :

- Copier le fichier Dalle.m dans le dossier standard pour les programmes *MatLab*
- Démarrer *MatLab* (version étudiant également compatible)
- Ouvrir le fichier Dalle.m en utilisant le « Path Browser » dans *MatLab*
- Introduire les données du problème dans le code *MatLab* du fichier Dalle.m (des indications sur les paramètres nécessaires se trouvent dans les lignes de commentaires du programme)
- Sauvegarder le fichier modifié Dalle.m
- Tapez « Dalle » dans la fenêtre de commande de *MatLab*
- Le calcul s'effectue et une fenêtre avec le diagramme de la déformée apparaît
- Pour faire apparaître successivement le diagramme des moments $m_x$, $m_y$, $m_{xy}$ tapez une touche quelconque
- Pour voir les résultats numériques des déplacements w ou des moments, tapez respectivement « D », « Mx », « My », « Mxy » dans la fenêtre de commande de *MatLab* puis « ENTER »

# 2 LE FONCTIONNEMENT DU PROGRAMME « DALLE »

## 2.1 LE CONCEPT DES NOEUDS AUGMENTÉS

Pour simplifier la compréhension et l'écriture, le programme utilise le concept des noeuds augmentés. C'est-à-dire pour chaque point de discrétisation du bord un nœud au delà du bord a été ajouté. Ceci permet de traiter tous les noeuds dans l'intérieur de la dalle de manière identique sans distinguer des cas spéciaux. Par exemple, pour une dérivée d'ordre 4, on doit considérer une contribution d'un nœud qui se situe non pas seulement à coté du point pour lequel on est en train d'écrire son équation différentielle, mais encore un nœud plus loin. Pour un nœud qui se situe juste à l'intérieur du bord on doit donc tenir compte du nœud de bord et du nœud augmenté. On peut alors établir les équations différentielles pour tous les nœuds à l'intérieur de la dalle de manière identique. Les équations pour les noeuds de bord et les nœuds augmentés peuvent ensuite être établis à partir des conditions de bord. Un schéma du principe des points augmentés est donné à la figure suivante.

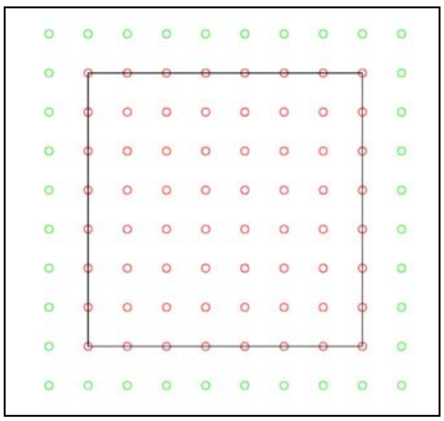
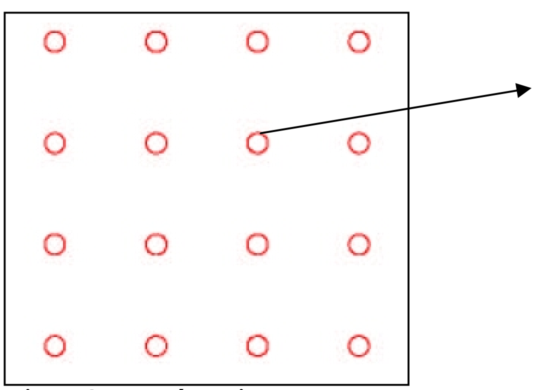



**Figure 2 – concept des nœuds augmentés**

## 2.2 LA NUMÉROTATION

Dans le programme les nœuds sont repérés de deux manières différentes :

- Dans une numérotation par des coordonnées cartésiennes
- Dans une numérotation linéaire, ligne après ligne commençant par 1 en haut à gauche.



Ce nœud à donc les cordonnées cartésiennes (2,3) et le numéro linéaire (7)

Si la plaque a N.a lignes de points discrets et N.b colonnes de points discrets on peut dire de manière générale que la relation entre le numéro linéaire et celui dans la numérotation en cordonnées cartésiennes est :

**Figure 3 – numérotation**

No cartésien = (i,j)
No linéaire = (i-1)* N.b + j

## 2.3 LE DIAGRAMME DE FLUX DU PROGRAMME

**Saisie des données**
Dans cette partie du programme l'introduction des données est réglée. Elle est faite directement dans le fichier Dalle.m. Cette solution simple a été choisie ici pour éviter des lignes longues et complexes qui ne gèrent rien d'autre que des fenêtres pour l'introduction des donnés. Le but était donc de garder le programme aussi simple et compréhensible que possible.

**Calculs préliminaires**
Dans cette partie le calcul des paramètres directement dépendants des données est fait. Ces paramètres sont introduits pour alléger l'écriture du programme dans la suite et parce qu'ils sont aussi introduits dans la théorie des plaques. Exemple : In = h^3/12

**Établir la matrice de rigidité**
Dans cette partie la matrice de rigidité est établie selon la théorie des différences finies. Ceci est fait pour chaque point à l'intérieur de la dalle (donc pas les points de bord et les points augmentés). Pour des informations plus précises comment la matrice de rigidité est établie voir 2.3.1

Boucler sur les points discrets à l'intérieur de la dalle

**Construire le vecteur des forces**
Dans cette partie le vecteur des forces est construit. On tient compte d'une charge uniformément répartie sur toute la plaque, une charge uniformément répartie que sur une partie de la plaque et une force concentrée. Ceci est également fait pour chaque point à l'intérieur de la dalle (donc pas les points de bord et les points augmentés).

Boucler sur les points discrets à l'intérieur de la dalle

**Les conditions de bord**
Dans cette partie du programme on tient compte des conditions de bord. Les conditions de bord sont également des équations qui se « cachent » dans les conditions d'équilibre des nœuds du bord et des nœuds augmentés. Pour plus d'informations voir aussi 2.3.2

Boucler sur les points du bord et les points augmentés

**Résolution du système**
Dans cette partie on résout le système par inversion de la matrice de rigidité. ($d=K^{-1}*f$)

**Calcul des grandeurs secondaires**
Dans cette partie du programme on calcule les moments mx, my, et mxy.

Boucler sur les points discrets à l'intérieur de la dalle

**Représentation graphique**
Dans cette partie du programme on fait la représentation graphique de la déformée ainsi que des moments mx, my, et mxy.

### 2.3.1 Établir la matrice de rigidité

Selon la méthode des différences finies il faut établir une équation différentielle pour chaque point discret de la dalle. Cette équation dans le cas général est l'équation de Lagrange :

$$\boxed{\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{B}}$$

Dans le cas précis de la méthode des différences finies on discrétise cette équation. Elle devient pour le point avec les coordonnées (i,j):

$$\frac{w_{i,j-2} - 4w_{i,j-1} + 6w_{i,j} - 4w_{i,j+1} + w_{i,j+2}}{\Delta x^4} + 2\frac{w_{i-1,j-1} - 2w_{i-1,j} + w_{i-1,j+1} - 2w_{i,j-1} + 4w_{i,j} - 2w_{i,j+1} + w_{i+1,j-1} - 2w_{i-1,j} + w_{i-1,j+1}}{\Delta x^2 \Delta y^2} + \frac{w_{i-2,j} - 4w_{i-1,j} + 6w_{i,j} - 4w_{i+1,j} + w_{i+2,j}}{\Delta y^4} = \frac{p}{B}$$

Pour chaque point dans l'intérieur de la dalle il faut établir cette équation. Chaque point de la dalle a donc sa propre équation différentielle ce qui signifie dans une écriture matricielle sa ligne. Les lignes (équation d'équilibre de chaque point) sont repérées dans une numérotation linéaire. L'équation pour le point (i,j) se trouve donc sur la ligne (i-1)* N_b_aug + j de la matrice de rigidité K (voir aussi 2.2).

La matrice de rigidité est multipliée par un vecteur des déplacements qui est un vecteur colonne dont le déplacement vertical du nœud (m,n) se trouve sur la ligne (m-1)* N_b_aug + n.

Il faut alors remplir la colonne (m-1)* N_b_aug + n de la matrice de rigidité avec le coefficient correspondant à la contribution du déplacement du nœud (m,n).

Remarque : Dans le programme le terme B est passé du coté gauche de l'équation pour le mettre dans la matrice de rigidité. Comme ça les valeurs dans la matrice de rigidité ont vraiment la dimension d'une rigidité.

Dans le programme la matrice de rigidité est remplie terme à terme et dans le commentaire le point qui donne la contribution est identifié.

### 2.3.2 Tenir compte des conditions de bord

Avec le concept des points augmentés les points à l'intérieur de la dalle juste à coté du bord tiennent compte des points augmentés et des points de bord comme s'ils étaient des points normaux. Il faut donc calculer les déplacements des points de bord et des points augmentés. Pour faire ceci, l'équation qui devrait exprimer l'équilibre des points augmentés et des points de bord est remplacée par une équation qui exprime la condition de bord.

Les équations qui expriment les conditions de bord sont indiquées à droite dans les commentaires du programme.

Remarque : Pour que les équations puissent être introduites correctement dans la matrice de rigidité, il faut les transformer dans une forme où tous les termes en w sont dans la partie gauche de l'équation et le membre de droite de l'équation doit être égal à 0. Notez encore que le membre de droite est automatiquement mis à 0 car le vecteur de charge est toujours égal à 0 pour les points de bord et les points augmentés. Le coefficient de la matrice de rigidité pour tenir compte du terme lui-même est par contre initialement égal à 1 car la matrice de rigidité est initialisée comme matrice identité.