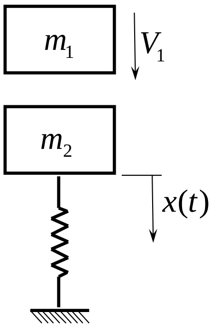
Résumé du 5ème cours : Force d'explosion et choc

Choc (Force transmise par une masse)



t=0, V_2=0 Après impact, les corps restent ensemble.
Conservation de la quantité de mouvement

$$x(t) = \frac{m_1 V_1}{(m_1 + m_2)\omega_n} \sin \omega_n t$$

Oscillations non amorties

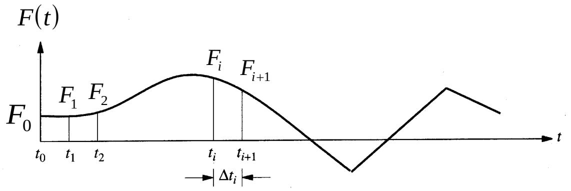
$$|F_{\max}| = m_1 V_1 \omega_n$$

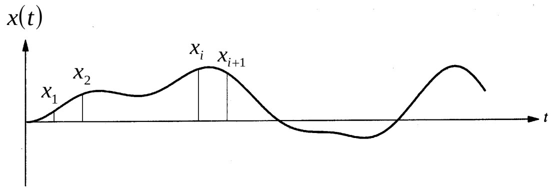
R_d >> 2 est possible !

Evaluation numérique

Intégration numérique pas à pas des équations différentielles

Discrétisation aux instants t_i





Equation du mouvement

$$m\ddot{x} + kx + c\dot{x} = F(t)$$

Passage de i à i+1 → quelle méthode ?
Attention aux hypothèses de base !

Thèmes pour les procédures numériques

- hypothèses
- Δt
- exactitude

Règle générale : incrément $\Delta t < 0.1 T_n$

Méthode 1 : Interpolation de l'excitation

$$x(\tau) = x_i \cdot \cos \omega_n \tau + \frac{\dot{x}_i}{\omega_n} \sin \omega_n \tau + \frac{m \cdot \ddot{x}_{g,i}}{k} \cdot (1 - \cos \omega_n \tau) + \frac{m \cdot \Delta \ddot{x}_g}{k} \left(\frac{\tau}{\Delta t} - \frac{\sin \omega_n \tau}{\omega_n \Delta t}\right)$$

$$x_{i+1} = x_i \cdot \cos \omega_n \Delta t + \frac{\dot{x}_i}{\omega_n} \sin \omega_n \Delta t + \frac{m \cdot \ddot{x}_{g,i}}{k} \cdot (1 - \cos \omega_n \Delta t) + \frac{m \cdot \Delta \ddot{x}_g}{k} \left(1 - \frac{\sin \omega_n \Delta t}{\omega_n \Delta t}\right)$$

$$x_{i+1} = A \cdot x_i + B \cdot \dot{x}_i + C \cdot \ddot{x}_{g,i} + D \cdot \ddot{x}_{g,i+1}$$

$$\dot{x}_{i+1} = A' \cdot x_i + B' \cdot \dot{x}_i + C' \cdot \ddot{x}_{g,i} + D' \cdot \ddot{x}_{g,i+1}$$

Méthode 2 : Différence centrée

$$\dot{x}_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t}$$

$$\ddot{x}_i = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta t)^2}$$

$$m \cdot \ddot{x}_i + c \cdot \dot{x}_i + k \cdot x_i = -m \cdot \ddot{x}_{g,i} = m \cdot \left(\frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta t)^2} \right) + c \cdot \left(\frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t} \right) + k \cdot x_i$$

$$x_{i+1} = \frac{-m \cdot \ddot{x}_{g,i} - \left(\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{c}{2\Delta t} \right) \cdot x_{i-1} - \left(k - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right) \cdot x_i}{\left(\frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{c}{2\Delta t} \right)}$$

Condition :

$$\frac{\Delta t}{T_n} < \frac{1}{\pi}$$

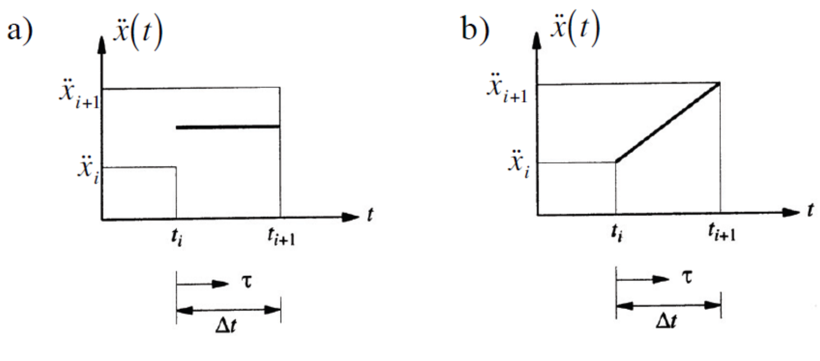
Méthode 3 : Newmark

$$x_{i+1} = x_i + \Delta t \cdot \dot{x}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \cdot (\Delta t)^2 \cdot \ddot{x}_i + \beta \cdot (\Delta t)^2 \cdot \ddot{x}_{i+1}$$

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + (1 - \gamma) \cdot \Delta t \cdot \ddot{x}_i + \gamma \cdot \Delta t \cdot \ddot{x}_{i+1}$$

γ=1/2

β= 1/6 (acc. linéaire)
β= 1/4 (acc. moyenne)



Variations de l'accélération dans la méthode de Newmark: constante β=1/4 (a) et linéaire β=1/6 (b)