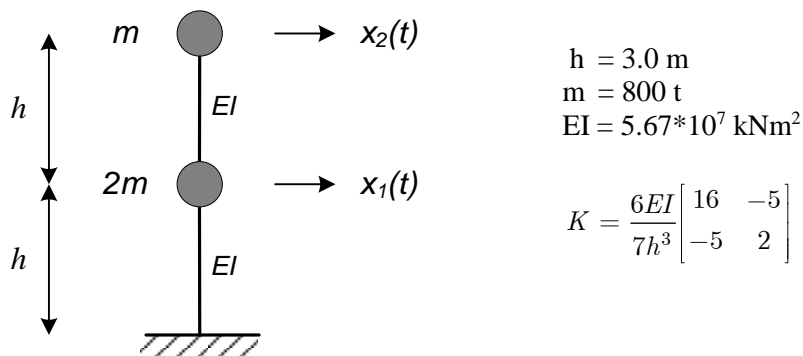


Série d'exercices N°11

Exercice 1

Un oscillateur à 2 masses modélise un bâtiment de deux étages avec les caractéristiques ci-dessous.



- a) Déterminer la matrice des masses.
- b) Déterminer les pulsations propres ainsi que les modes propres.
- c) Déterminer les matrices de masses et de rigidité généralisées.
- d) Déterminer l'amplitude de la déformée correspondant à chacun des modes (z_n) en supposant que :

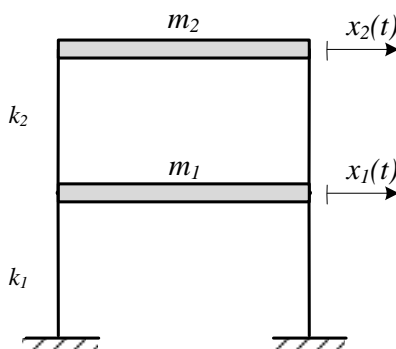
$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- e) Déterminer l'expression de la réponse de la structure $x(t)$ en considérant les conditions initiales suivantes :

$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \dot{z}_1(0) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{z}_2(0) = 5$$

Exercice 2

Considérons le portique à deux étages de la figure ci-dessous.



Nous considérons les propriétés suivantes pour la structure :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 4000 & 0 \\ 0 & 5000 \end{bmatrix} \text{ kg} ; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 10^5 & -2 \cdot 10^5 \\ -2 \cdot 10^5 & 2 \cdot 10^5 \end{bmatrix} \text{ N/m}$$

Les pulsations propres et les vecteurs des modes propres de la structure sont donnés par :

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 = 3.08 \\ \omega_2 = 10.27 \end{bmatrix} \text{ rad/s} ; \text{ Mode 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.31 \end{bmatrix} ; \text{ Mode 2} = \begin{bmatrix} -1.64 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Partie 1: Oscillations libres

En considérant un amortissement négligeable,

- Déterminer l'expression de la réponse libre de la structure sachant que les conditions initiales sont les suivantes : $x_1(0) = 0 \text{ m}$, $v_1(0) = 0 \text{ m/s}$, $x_2(0) = 3 \text{ m}$ et $v_2(0) = 0 \text{ m/s}$.

Partie 2: Oscillations forcées

Le portique est maintenant soumis à deux forces d'excitation (Fig. 2). On supposera que l'amortissement est négligeable et que la structure était au repos à l'instant $t = 0 \text{ s}$.

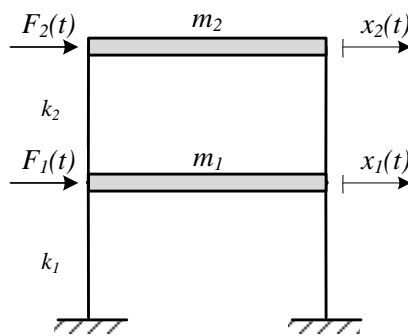


Figure 2. La structure en oscillations forcées.

Pour les forces d'excitation: la force F_1 est nulle et la force F_2 possède la forme harmonique suivante:

$$F_2(t) = F_0 \sin(\omega t) ; \text{ avec : } F_0 = 50 \text{ kN} ; \quad \omega = 15 \text{ rad/s}$$

- Déterminer l'expression de la réponse de la structure sous l'effet des forces d'excitation.